Onderzoeken & Ontwerpen

Toepassing van een gyroscoop bij de landing van een returncapsule

Meesterproef door Rigel Melaan en Diego Regnerus

VOORWOORD

SAMENVATTING

INHOUDSOPGAVE

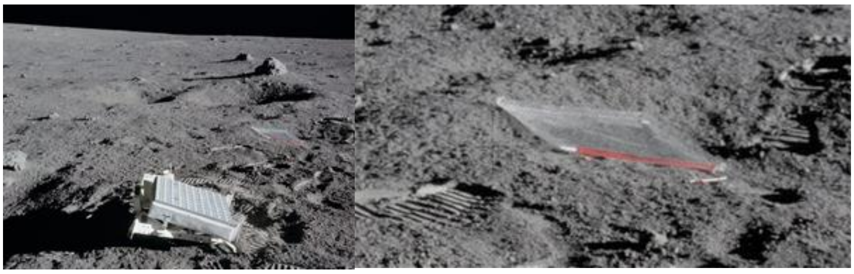
1. Inleiding ... 1
   1.1. Moonmission ... 1
   1.2. Kern van het probleem ... 1
   1.3. Opdrachtgever ... 2
   1.4. Originele opdracht ... 3
      1.4.1. Programma van eisen (opdrachtgever) ... 3
      1.4.2. Wedstrijdelementen ... 3
   1.5. Aanvullende probleemstelling ... 4
   1.6. De gekozen mogelijke oplossing voor stabiliteit ... 4
   1.7. Hoofdvraag ... 5
   1.8. Plan van aanpak ... 5
      1.8.1. Opbrengsten vorige meesterproef ... 5
      1.8.2. Deelonderzoek 1: Dynamica van draaibewegingen. ... 5
      1.8.3. Deelonderzoek 2: Reflectie op ons vorig ontwerp. ... 5
      1.8.4. Deelonderzoek 3: Wat de gyroscoop voor ons gaat doen. ... 5
2. Opbrengsten vorige meesterproef ... 6
   2.1. Vorig ontwerp ... 6
   2.2. Ontwerpideeën die niet zijn meegenomen in het uiteindelijke ontwerp ... 7
      2.2.1. Propeller systeem ... 7
      2.2.2. Draadloze besturing ... 8
3. Experimenten ... 9
   3.1. Experiment 1 ... 9
      3.1.1. Materiaal ... 9
      3.1.2. Methode ... 9
      3.1.3. Waarnemingen ... 9
   3.2. Experiment 2 ... 9
      3.2.1. Materialen ... 9
      3.2.2. Methode ... 9
      3.2.3. Waarnemingen ... 9
4. (Voortgezet) onderzoek 1: Dynamica bij draaibewegingen ... 10
   4.1. Impulsmoment ... 10
   4.2. Krachtmoment ... 10
   4.3. Vergelijkbaarheid met de lineaire situatie ... 11
   4.4. Traagheidsmoment ... 12
5. Onderzoek 2: Reflectie op ons vorige ontwerp ... 14
   5.1. Wat we willen voorkomen ... 14
6. Onderzoek 3: Wat de gyroscoop voor ons gaat doen. ... 17
   6.1. Gebruik maken van vectoreigenschappen ... 17

6.2. Impulsmoment in de capsule ... 19
6.3. Massatraagheidsmoment schijf ... 19
6.4. Effect vergroting capsule op het impulsmoment ... 21
7. Problemen/vervolgonderzoeken ... 22
7.1. Moeten er andere/meer spanningsbronnen komen voor de propeller en/of gyroscoop? ... 22
7.2. Waar komt de gyroscoop? ... 22
7.3. Hoe hard moet de gyroscoop gaan en/of hoe groot moet de gyroscoop worden? ... 23
7.4. Hoe wordt de gyroscoop aangedreven? ... 23
7.5. Zijn er systemen die de wind/luchtweerstand kracht omzetten in nuttige energie voor de propeller en/of gyroscoop? ... 23
8. Aanbeveling ... 24
9. Reflectie ... 25
9.1. Groepsproces ... 25
9.2. Individueel ... 25
9.2.1. Rigel ... 25
9.2.2. Diego ... 25
10. Bijlagen ... 26
10.1. Bronnenlijst ... 26

1. INLEIDING

1.1. Moonmission

Tijdens een van de Apollo missies zijn de astronauten iets vergeten op de maan: een plastic zak.



figuur 1: Achtergelaten plastic zak op de maan.

Niet iets super belangrijks voor de missie, of de maan. Op aarde weten we echter maar al te goed wat de effecten zijn van plastic vervuiling. Je zou de maan dan misschien toch liever niet willen vervuilen met deze boosdoener. Dit plastic zakje moet opgeruimd worden.

De groep Intergalactic Environmentalists besloot actie te ondernemen. Zij hebben samen met het technasium een wedstrijd georganiseerd om dit plastic zakje terug op aarde te krijgen. In deze wedstrijd gaat het elk jaar om een ander probleem van de reis naar en van de maan. In 2019 hebben al een viertal teams van verschillende Technasia (middelbare scholen gericht op technisch onderwijs) zich in geschreven voor een van de wedstrijden van dat jaar wat non-competitief was. Wij zijn voorgeschoteld met het volgende probleem: Hoe kunnen wij een cubesat in een returncapsule zachtjes laten landen?

Als groepen leerlingen het milieu op de maan kunnen beteren, dan kunnen wij op aarde beslist het milieu beteren. We zullen daar bovendien geen ruimtereis voor nodig hebben. (Intergalactic Enviromentalists leden, 2021)

1.2. Kern van het probleem

Het milieu is er tot heden niet optimaal aan toe. Plastic is hierbij vooral de boosdoener. Dit komt omdat de meeste typen plastic niet biologisch afbreekbaar zijn wat tot verschillende problemen lijdt. Het onafgebroken plastic kan worden geconsumeerd door organismen wat hun kan doen overlijden. Hiernaast is er ook nog een ander welbekend probleem: De ophoping van onafgebroken plastic in de zee. Dit is in het algemeen bekend als de plastic soep. Als we naar de productie van plastic kijken, zien we dat er tijdens de productie óók nog schadelijke chemicaliën in de lucht terecht komen. Plastic is één en al slecht, en het milieu wordt alleen slechter. De productie van plastic is gedurende de jaren exponentieel toegenomen, samen met het plastic afval.

Er zijn meerdere organisaties die proberen het milieu te beteren die je kunt onderscheiden in de natuur (groene) organisaties en milieu (grijze) organisaties. Wat plastic betreft zijn milieubewegingen zoals Greenpeace onder andere bezig met het behouden van de soortendiversiteit. Helaas is hun inzet tevergeefs. Het lijkt níét genoeg te zijn om de vervuiling, en de consequenties van deze vervuiling tegen te houden.

Omdat deze missie, de maanmissie, zich in de ruimte afspeelt, kunnen we ook kijken wat zich daar speelt. Alhoewel we niet veel van het milieu in de ruimte horen is zelfs daar ook een probleem op gang. Tijdens ruimtemissies en zelfs commercials worden er verschillend vervuilende materie achtergelaten. Je moet denken aan oude raketonderdelen, afgedankte satellieten en zelfs een Tesla.

figuur 2: Een Tesla in de ruimte.

We moeten dus dringend denken aan een oplossing om de schade aan het milieu op aarde én de ruimte te beperken.

1.3. Opdrachtgever

Onze opdracht gever is Arnout Schaap. Hij is de directeur van de stichtingen Recycle Valley en Intergalactic Environmentalists.

Intergalactic Environmentalists is een groep van ontwikkelaars, denkers en doeners die kunst, ontwerp activisme en/of wetenschap combineren om milieuproblemen te adresseren. Dit geldt voor de aarde en verder, want volgens hun staat de mensheid op punt om hun gebied van invloed verder uit te breiden in het universum.

Hun doelstelling voor de komende jaren is om elk jaar over een ander deel van het eerder geadresseerde probleem een wedstrijd te organiseren. Ze hopen óók contact te maken met de European Space Agency education departement waarbij Moonmission onderdeel kan worden van de uitdagingen die ESA kan aanbieden. (Intergalactic Environmentalists leden, 2021)

In het algemeen geldt dat het doel van Intergalactic Environmentalists het opruimen van afval op extreme plekken en het bevorderen van een duurzaam gebruik van Aarde en ruimte is.

1.4. Originele opdracht

Bouw een returncapsule binnen de dimensies $10 \times 10 \times 10$ cm waarbij deze een rauw ei van minimaal de tweede etage - wat gemiddeld kan worden geïnterpreteerd als 5,2 m - zachtjes kan laten landen zóndér het ei te laten breken.

1.4.1. Programma van eisen (opdrachtgever)

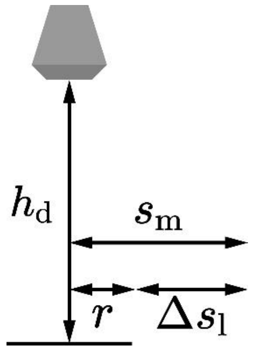
- De returncapsule moet minimaal van de tweede etage worden gedropt. Dit kan gemiddeld worden opgevat als een hoogte van 5,2 meter.
- Het rauw ei moet de val én de impact zonder enige schade overleven.
- De returncapsule mag elke vorm hebben zolang deze niet groter wordt dan tien kubieke centimeters.
- De parachute(s) mag/mogen los op de returncapsule liggen en door een drogue worden ontplooit.

(Wij willen als alternatief een propeller gebruiken om de opdracht wat interessanter te maken. De wieken moeten dus wél in de returncapsule zitten zo lang ze nog niet ontplooit zijn.)

1.4.2. Wedstrijdelementen

- Hoe hoger de dropafstand hoe meer punten worden toegekend. Elke meter telt voor één punt.
- Van te voren geef je jouw landingsgebied aan. Dit landingsgebied is een cirkel met een straal van één meter. Hij mag buiten dit landingsgebied vallen maar dan wordt er ten compensatie één scorepunt van je totale score afgetrokken pér meter.

Je wint de wedstrijd door de meeste punten te behalen. Hieronder worden de bovengenoemde wedstrijdelementen geïllustreerd in de wiskundige taal om een duidelijker beeld te krijgen. We hebben de componenten tijdens de val hieronder gevisualiseerd voor verduidelijking.



figuur 3: Grootheden schematisch weergegeven bij de val.

Het aantal behaalde punten wordt door de hoogte en de deviatie van de landingsplek ten opzichte van de eerder bepaalde landingszone bepaald.

$$P = h_d - \Delta s_l \tag{1}$$

Vanuit de eisen is bekend dat de waarde van de eerst genoemde grootheid al een bepaald minimum had, dit is: $h_d \gtrsim 5{,}2$. En ook bij de tweede grootheid is er een eis (bepaalde waarde).

$$\Delta s_l = s_m - 1 \tag{2}$$

Substitueren in (1) geeft

$$P = h_d - s_m + 1 \tag{3}$$

Als een willekeurig team een returncapsule vanaf twintig meter hoog gooit, en deze 70 centimeter naast de bullseye landt, dan is het mogelijk om het aantal punten berekenen. Alle grootheden zijn in meters.

$$P = (20) - (0{,}7) + 1 = 20{,}3 \tag{4}$$

1.5. Aanvullende probleemstelling

Vorig jaar hebben wij meegedaan aan de wedstrijd met de hierboven staande probleemstelling. Bij de uiteindelijke test van het vorige ontwerp was het grootste probleem de stabiliteit. Dit is in conflict gekomen met de volgende eis:

- Het rauw ei moet de val én de impact zonder enige schade overleven.

Doordat een deel van het stuwvermogen bij instabiliteit in de verkeerde richting heeft gewerkt was er te weinig stuwvermogen om de impactsnelheid van de capsule genoeg te verkleinen. Bovendien is door deze component ook een conflict ontstaan met een wedstrijdelement.

- Van te voren geef je jouw landingsgebied aan. Dit landingsgebied is een cirkel met een straal van één meter. Hij mag buiten dit landingsgebied vallen maar dan wordt er ten compensatie één scorepunt van je totale score afgetrokken pér meter.

Wij willen nu kijken hoe we dit probleem kunnen oplossen.

1.6. De gekozen mogelijke oplossing voor stabiliteit

We hebben doormiddel van een kort literatuuronderzoek uitgezocht waar wij het beste naar kunnen gaan kijken om ons stabiliteit probleem te verhelpen.

Tijdens het ontwerpen van onze vorige returncapsule hadden we gekeken naar een goede massa verdeling en een gestroomlijnd object om de stabiliteit te bevorderen. Dit bleek niet genoeg te zijn. We hebben daarom gekeken welke andere oplossingen er zijn. We hebben al snel besloten om een gyroscoop te gebruiken. De andere opties pasten helemaal niet in de returncapsule en/of wij hadden het budget niet.

De gyroscoop wordt gebruikt voor veel dingen zoals: vliegtuigen, helikopters, raketten, onderzeeërs, returncapsules, etc. om bijvoorbeeld stabiliteit te bevorderen en/of relatieve oriëntatie te achterhalen. (Een voorbeeld van een mechanisme dat niet in ons budget past is een sensor die met behulp van kleine stuwraketjes of propeller die de returncapsule recht houdt.)

1.7. Hoofdvraag

Onze hoofdvraag is: Kun je met behulp van een gyroscoop een returncapsule stabiel laten afremmen onder de gelegde eisen?

Hieronder beschrijven we onze deelvragen waarop we antwoord nodig hebben voordat we de hoofdvraag kunnen beantwoorden.

1.8. Plan van aanpak

Opsplitsing hoofdvraag.

1.8.1. Opbrengsten vorige meesterproef

We herhalen hier relevante informatie uit ons vorige meesterproef zodat er niet heen en weer gebladerd hoeft te worden.

1.8.2. Deelonderzoek 1: Dynamica van draaibewegingen.

Voordat we gaan reflecteren op ons vorig ontwerp hebben we eerst kennis nodig van draaibewegingen. Deze gaan we opdoen aan de hand van een praktisch beeldvormingsonderzoek en vervolgens een literatuuronderzoek. Onze capsule wil tijdens de vlucht namelijk gaan draaien en wij moeten uitzoeken hoe we dit kunnen voorkomen. Voordat dit onderzoek wordt gestart zullen er een aantal kleinschalige beeldvormingsexperimenten worden uitgevoerd die zullen helpen intuïtie op te wekken bij deze draaibewegingen. Dit zal ook het literatuuronderzoek gemakkelijker maken omdat concepten meer intuïtief worden.

1.8.3. Deelonderzoek 2: Reflectie op ons vorig ontwerp.

Hier gaan we aan de hand van een literatuuronderzoek kijken welke mogelijke oorzaken van onstabiliteit in het vorige ontwerp zitten. Vervolgens gaan we ook kijken naar mogelijke oplossingen naast de gyroscoop en welke problemen deze oplossingen (en de toevoeging van een gyroscoop) met zich meebrengen tot in hoeverre dat mogelijk is.

1.8.4. Deelonderzoek 3: Wat de gyroscoop voor ons gaat doen.

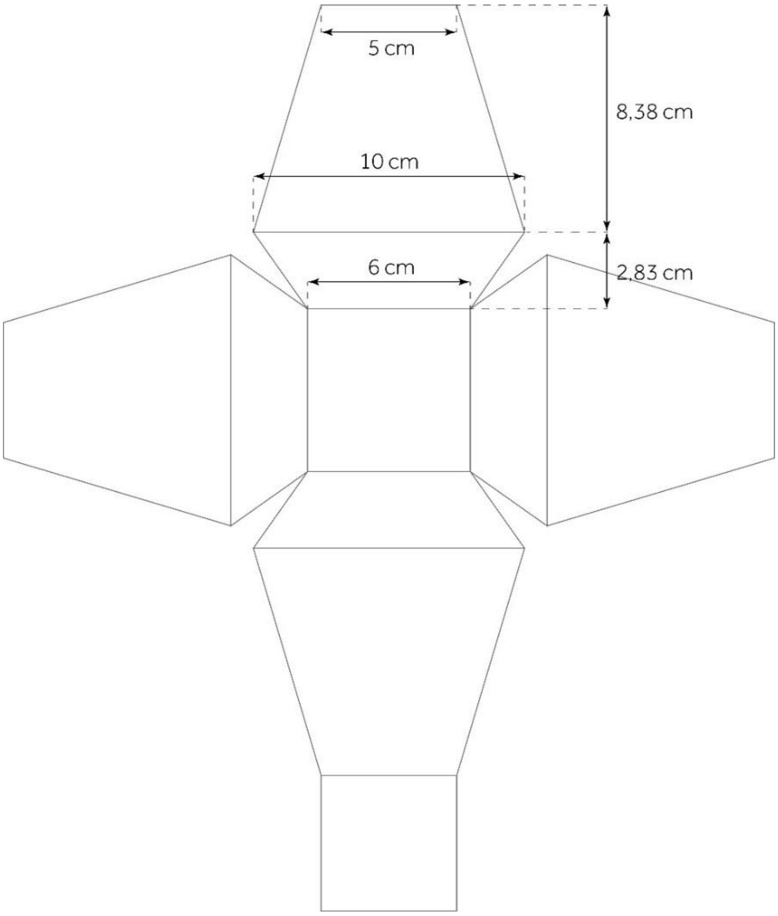
Hier gaan we kijken naar de daadwerkelijke werking van de gyroscoop en hoe de eigenschappen van de gyroscopen kunnen leiden tot een kleinere afwijking. We kijken ook hoe deze ons gaat helpen en hoe groot deze dan mogelijk zou moeten zijn. Dit doen we allemaal aan de hand van een literatuuronderzoek.

Na beantwoording van deze vragen kunnen we een klein conceptontwerp maken om te kijken hoe praktisch een gyroscoop nou écht als oplossing is.

2. OPBRENGSTEN VORIGE MEESTERPROEF

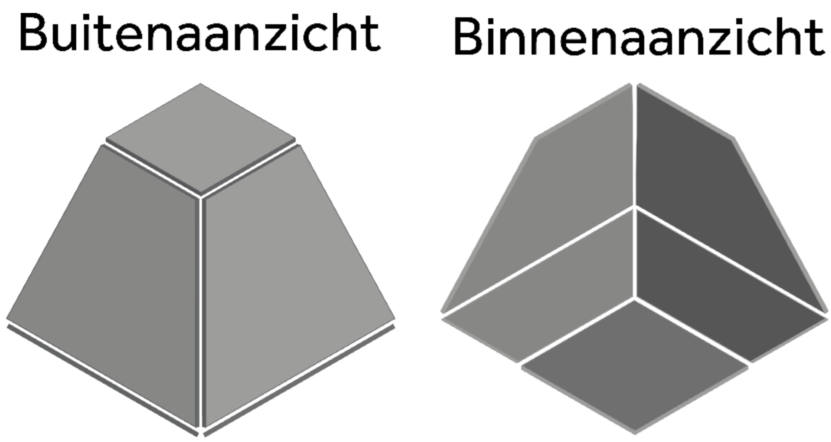
2.1. Vorig ontwerp

We gaan eerst reflecteren op het ontwerp van de returncapsule van vorig jaar. Hieronder staat de bouwtekening van het omhulsel van de returncapsule.



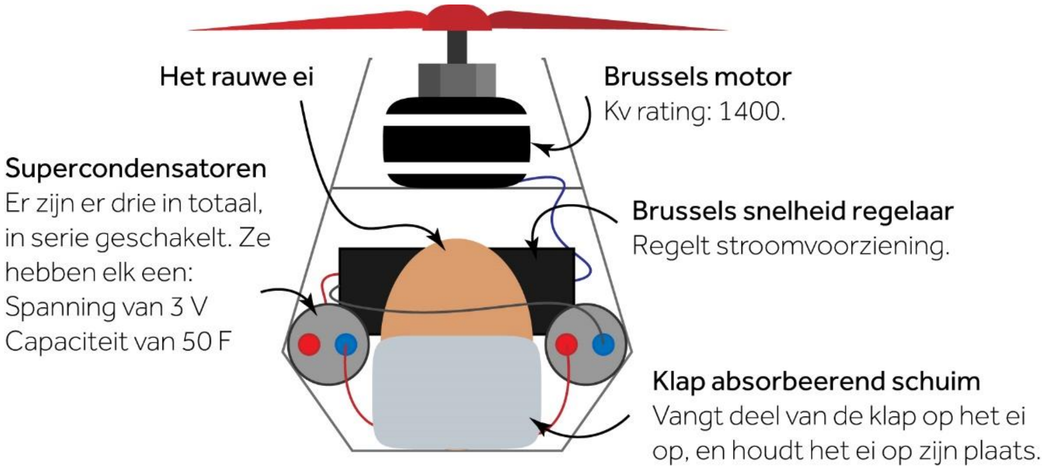
figuur 4: De bouwtekening van het omhulsel van de returncapsule.

We hebben ook nog een drie dimensionale weergave van dit ontwerp gemaakt.



figuur 5: Drie dimensionale weergave van het ontwerp met een isometrische projectie.

We hadden de returncapsule op de volgende manier georganiseerd.



figuur 6: Organisatie onderdelen vorige returncapsule.

De vorm is zó gekozen dat deze veel ruimte biedt, nog steeds een zekere stroomlijning behoudt voor stabiliteit en een groot contactoppervlak in de bewegingsrichting heeft voor een lagere impactsnelheid.

2.2. Ontwerpideeën die niet zijn meegenomen in het uiteindelijke ontwerp

Door gebrek aan tijd zijn een aantal ideeën niet verwerkt in het destijds uiteindelijke ontwerp.

2.2.1. Propeller systeem

De returncapsule en al zijn systemen moeten binnen de geëiste dimensies zitten. Tijdens de val mogen deze dimensies echter wel veranderen. De propeller zit bij het huidig ontwerp niet binnen deze dimensies.

Het idee is om gebruik te maken van een inklapbare propeller die je hieronder ziet.

figuur 7: De inklapbare propeller.

Het idee is dat de inklapbare propeller binnen in de capsule komt te zitten, en tegen de zijkanten aan wordt geklapt. Vervolgens zal de propeller met of zonder motor naar buiten schuiven om buiten de capsule uit te komen. Buiten de capsule kan de propeller zijn doel uitvoeren: het afremmen van de capsule. We zij bij het halen en installeren van zo’n propeller niet toegekomen, omdat dit veel tijd zal kosten om echt werkend te krijgen. In het uiteindelijke ontwerp hebben we een normale, vaste propeller gebruikt. Maar om binnen de eisen van de opdrachtgever te vallen zou er officieel wél een uitklap systeem aanwezig moeten zijn.

2.2.2. Draadloze besturing

We willen dat de propeller draadloos bestuurd kan worden. We hebben besloten om hiervoor Arduino te gebruiken. Op de Arduino kan een code gezet worden die voor bepaalde reacties op een bepaalde tijd zorgt. Deze Arduino moet dan geïnstalleerd worden in de returncapsule.

We zouden kunnen kiezen uit twee mogelijkheden: een timer, de propeller na een bepaalde tijd aan zetten; en een afstandssensor; de propeller op een bepaalde hoogte aanzetten. Met gebruik van de herleidde formules zou je een programma kunnen coderen die hier tot toe in staat is.

$$
\begin{aligned}
s(t) &= s_0 - \frac{m \cdot \ln\left(\cosh\left(\tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{\frac{km}{g}}\right) + t\sqrt{\frac{kg}{m}}\right)\right)}{k} \\
v(t) &= -\sqrt{\frac{mg}{k}}\tanh\left(t\sqrt{\frac{kg}{m}} + \tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{\frac{k}{mg}}\right)\right) \\
v_{\max} &= \lim_{t\to\infty} v(t) = -\sqrt{\frac{mg}{k}} \\
a(t) &= -\frac{g}{\cosh^2\left(t\sqrt{\frac{kg}{m}} + \tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{\frac{k}{mg}}\right)\right)}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Een minpunt is dat al deze componenten zorgen voor een groter gewicht waardoor het moeilijker wordt om de capsule af te remmen. Verder neemt het ruimte in beslag wat anders een bijvoorbeeld een extra absorptie-laag had kunnen worden zodat het ei een grotere overlevingskans zal hebben.

3. EXPERIMENTEN

3.1. Experiment 1

Wat voor effect heeft het dichterbij brengen van de massa tijdens een draaibeweging op de omloopfrequentie?

3.1.1. Materiaal

Hier staan de materialen die voor het experiment nodig zijn.

- Draaiplateau
- Gewichten
- Slow motion camera

3.1.2. Methode

Hieronder staan de stappen voor het experiment.

1. Ga op het Draaiplateau staan terwijl je de gewichten zo ver mogelijk van je af houdt.
2. Laat iemand anders je op snelheid brengen.
3. Start de slow motion camera en bepaal de frequentie.
4. Breng de gewichten dichterbij en bepaal vervolgens weer de frequentie.

3.1.3. Waarnemingen

Hier komen de waarnemingen.

3.2. Experiment 2

Wat gebeurt er als je een kracht uit oefent op een draaiend wiel?

Bij dit experiment gaan we kijken wat er gebeurt als we een kracht uitoefenen op een draaiend wiel. Door verschillende mate aan kracht op verschillende posities uit te oefenen krijgen wij een beter beeld bij de dynamica van draaibewegingen. Wij gaan vooral kijken naar welke directie het wiel beweegt en als het wiel makkelijk te kantelen is.

3.2.1. Materialen

Hier staan de materialen die voor het experiment nodig zijn.

- Een (verzwaard) wiel.
- Twee touwen
- Een stok

3.2.2. Methode

Hieronder staan de stappen voor het experiment.

1. Verleng de draai-as van het wiel met de stok.
2. Maak een touw vast aan de stok en een touw zo dicht mogelijk bij het zwaarte punt van het wiel.
3. Hang vervolgens het wiel op aan het touw die het dicht bij het wiel ligt.
4. Breng het wiel op snelheid.
5. Trek aan het touw en noteer wat er gebeurt.
6. Herhaal stap 4 waarbij je het touw in een andere richting trekt.

3.2.3. Waarnemingen

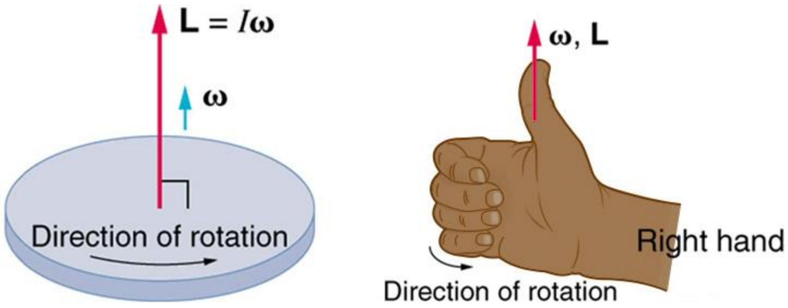
Hieronder staan onze waarnemingen.

4. (VOORTGEZET) ONDERZOEK 1: DYNAMICA BIJ DRAAIBEWEGINGEN

Dit onderzoek is gepaard gegaan met experimenten die ons meer beeld gaven van de dynamica bij draaibewegingen. Hierdoor konden we vloeiend door het literatuuronderzoek. We kunnen per grootheid langs gaan wat we hebben gevonden.

4.1. Impulsmoment

Je kunt de snelheid en de richting van een draaiend object samenvatten en interpreteren als een vector genaamd het impulsmoment (L) die wijst in de rotatie-as.



figuur 8: Handige visualisatie van de betekenis van de richting van de impulsmomentvector $\vec{\boldsymbol{L}}$ en hoeksnelheidsvector $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ met de rechterhandregel.

De grootte en richting van het impulsmoment hangen af van de massa van het draaiende object, en zijn afstand tot de draai-as, samengevat in het traagheidsmoment (I) en door zijn hoeksnelheid (ω) in radialen per seconde.

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{6}$$

Het impulsmoment is vergelijkbaar met het makkelijker interpreteerbare momentum $\vec{p} = m\vec{v}$ alleen het impulsmoment geeft de hoeveelheid draaibeweging aan waarbij momentum de hoeveelheid lineaire beweging aangeeft.

4.2. Krachtmoment

Een object kan niet opeens uit zichzelf gaan draaien wat wil zeggen dat een impulsmoment niet uit zichzelf kan ontstaan. Het impulsmoment kan alleen van richting en/of grootte veranderen wanneer er een tijdelijk krachtmoment (τ) op wordt uitgeoefend, ofwel

$$\vec{\tau} \cdot \Delta t = \Delta\vec{L} \tag{7}$$

Het gecreëerde impulsmoment $\Delta\vec{L}$ zal alleen in de richting van dit moment toenemen. De richting van het moment geeft dus aan in welke richting een voorwerp wil draaien en hoe snel een voorwerp sneller wilt draaien (vergelijkbaar met de tweede wet van newton). We moeten eerst vinden wat de richting van het moment is.

Een moment ontstaat als er een kracht (F) loodrecht op een afstand (r) wordt uitgeoefend. Het moment is het kruisproduct tussen een kracht- en armvector, wat wil zeggen dat deze loodrecht op de kracht- en armvector staat.

$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r} \tag{8}$$

Omdat de bij de kracht zijn loodrechte afstand tot het draaipunt wordt beschouwt geldt voor dit kruisproduct de volgende minder abstracte formule

$$\tau = F \cdot r \tag{9}$$

Waarbij alle grootheden een gewone waarde hebben (lengte van de vectoren) in plaats van vectoren.

Omdat bij een rotatie zowel r als F kunnen veranderen moeten wij veranderingen in hele kleine stappen t beschouwen om deze veranderingen bij te houden, ofwel

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \to 0} \vec{\tau} \cdot \Delta t &= \vec{\tau}\, \mathrm{d}t \\ &= \mathrm{d}\vec{L} \end{aligned} \tag{10}$$

Als we nu L invullen in krijgen we tot slot een expressie die handig weergeeft hoe deze factoren samenhangen.

$$\begin{aligned} \tau\, \mathrm{d}t &= I\, \mathrm{d}\vec{\omega} \\ \vec{\tau} &= I \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} \\ &= I\vec{\alpha} \end{aligned} \tag{11}$$

Hierin is α de hoekversnelling en gelijk aan $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$ met eenheid radiaal per seconde kwadraat (rad s^{-2}).

4.3. Vergelijkbaarheid met de lineaire situatie

Het impulsmoment is vergelijkbaar met het makkelijker interpreteerbare momentum:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{12}$$

Het impulsmoment geeft de hoeveelheid draaibeweging aan waarbij momentum de hoeveelheid lineaire beweging aangeeft.

Het krachtmoment is vergelijkbaar met de makkelijker interpreteerbare tweede wet van Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{13}$$

Het moment geeft de hoe snel een draaiend object sneller wilt gaan waarbij de tweede wet van newton aangeeft hoe snel een lineaire bewegend object sneller wilt gaan.

De hoeksnelheid en hoekversnelling valt ook te correleren aan zijn lineaire equivalente snelheid.

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{2\pi} \cdot 2\pi r \\ &= \omega r \end{aligned} \tag{14}$$

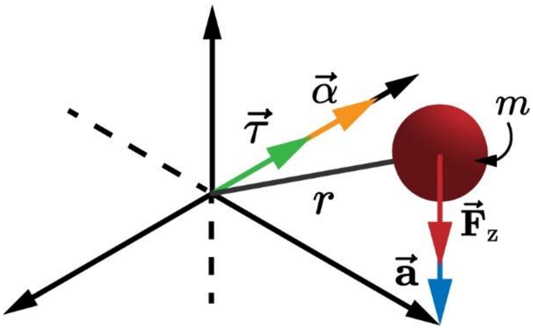
Nu valt ook voor de lineaire versnelling te herleiden.

$$\begin{aligned} a &= \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \\ &= r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \\ &= r\alpha \end{aligned} \tag{15}$$

Het principiële verschil is dat deze grootheden vertaald zijn om specifiek draaibewegingen te beschrijven (wat je ook met de lineaire bewegingswetten kunt doen, maar dan wordt het moeilijker). We vertellen dit omdat we van de lineaire naar de hoek-equivalente grootheden moeten gaan om de formule voor het massatraagheidsmoment te achterhalen.

4.4. Traagheidsmoment

Zoals eerder al is gezegd is het traagheidsmoment een mate van massaverdeling ten opzichte van de rotatie-as. We moeten eerst een formule achterhalen voor dit massatraagheidsmoment I. Stel dat we een bol met massa m op een arm r loslaten zodat deze gaat vallen onder invloed van de zwaartekracht.



figuur 9: Een bol die onder invloed van zwaartekracht valt.

Uit de natuurkunde van de draaibewegingen weten we dat door deze zwaartekracht op een arm er een moment ontstaat.

$$\tau = F_z \cdot r \tag{16}$$

Door dit ontstane moment zal de bol een angulaire versnelling krijgen (I is een constante, een scalair).

$$\tau = I\alpha \tag{17}$$

We kunnen deze formules gelijk stellen.

$$F_z \cdot r = I\alpha \tag{18}$$

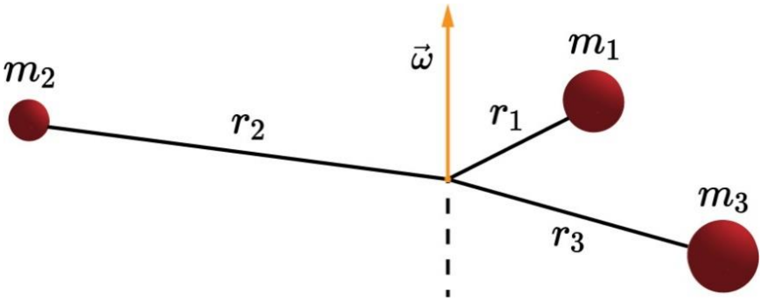
We gaan van een wrijvingloze situatie uit. Dan is de zwaartekracht de netto kracht, en kunnen we deze netto kracht voor lineaire motie invullen.

$$ma \cdot r = I\alpha \tag{19}$$

De angulaire versnelling keer de radius waarin het roterend object roteert is gelijk aan het lineair equivalente versnelling.

$$\begin{aligned} ma \cdot r^2 &= Ia \\ I &= mr^2 \end{aligned} \tag{20}$$

Zoals eerder al is gezegd is het traagheidsmoment dus een mate van massaverdeling ten opzichte van de rotatie-as. Maar nog steeds is het traagheidsmoment zo simpel nog niet. De formule hierboven beschrijft puntmassa's (kleine stukjes van het roterend object). Om het traagheidsmoment beter te illustreren kunnen wij bij een stelsel deeltjes dit traagheidsmoment beschouwen.



figuur 10: Een stelsel deeltjes met hoeksnelheid $\vec{\boldsymbol{\omega}}$. De richting van $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ geeft aan dat de deeltjes tegen de klok in bewegen (rechterhandregel).

Bij dit stelsel is het traagheidsmoment de som van het product van hun respectievelijke massa's (m) en afstand tot het draaipunt (r) in het kwadraat, ofwel

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^{3} m_i r_i^2 \\ &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 \end{aligned} \tag{21}$$

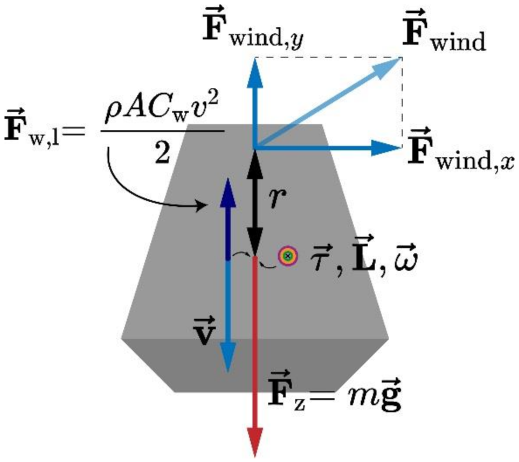
Hieruit blijkt ook de eenheid van het traagheidsmoment, kilogram meter kwadraat ($\mathrm{kg\ m^2}$). Een groter traagheidsmoment betekent dat bij dezelfde impulsmoment een deeltje een kleinere hoeksnelheid en dus draaiing heeft. De grootte van de arm heeft ook meer invloed dan de massa.

5. ONDERZOEK 2: REFLECTIE OP ONS VORIGE ONTWERP

Alhoewel ons vorig ontwerp binnen is gedropt, gaan wij nu van de realistischere situatie, buiten op een hogere plek, uit.

5.1. Wat we willen voorkomen

Als de returncapsule valt kan door een component van de luchtweerstand, een windstoot of turbulentie door asymmetrie een moment ontstaan waardoor de capsule instabiel wordt en wilt gaan draaien. Voor een windstoot is dit schematisch als volgt weer te geven.



figuur 11: Verschillende factoren die zorgen voor onstabiliteit bij de vallende returncapsule.

In het figuur is weergegeven hoe de capsule in de y-richting aan het vallen is. Het rondje met een kruisje betekent dat de vector het scherm in gaat. De returncapsule valt als gevolg van de zwaartekracht (F_{z}) en gedurende deze val neemt de snelheid en de luchtweerstand ($F_{\text{w,l}}$) toe.

Tijdens het vallen kan de returncapsule een windstoot ervaren op afstand r van het middelpunt van de returncapsule. We nemen het middelpunt om te kijken hoe de capsule gedraagt relatief aan dat punt. Omdat een windstoot niet loodrecht op deze afstand hoeft te werken kun je zo'n stootkracht ook ontbinden in een x en y component zoals weergegeven in het plaatje. De component loodrecht op de arm uit het middelpunt zal voor een moment zorgen.

$$\tau = F_{\text{wind},x} \cdot r \tag{22}$$

En we weten wat een moment overtijd gaat veroorzaken, namelijk een impulsmoment als gevolg van de hoekversnelling die het moment creëert.

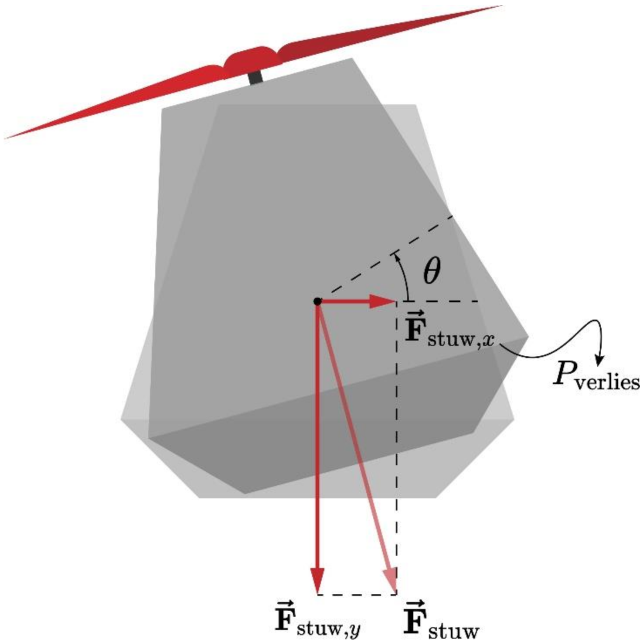
$$\tau \, \mathrm{d}t = \mathrm{d}L \tag{23}$$

En we weten ten slotte ook wat het impulsmoment zal doen, het traagheidsmoment is constant dus de hoeksnelheid zal dan toenemen want

$$\frac{\mathrm{d}L}{I} = \mathrm{d}\omega \tag{24}$$

En daaruit blijkt dat $\mathrm{d}L \propto \mathrm{d}\omega$; het voorwerp gaat draaien. Deze draaiing, $\mathrm{d}\omega$, zal blijven toenemen zolang de windstoot aanhoudt en zolang zijn loodrechte component op de arm ongelijk aan nul is. Het object zal in dit geval (sneller) met de klok mee willen draaien (rechterhandregel) door de aanhoudende angulaire versnelling die het moment levert.

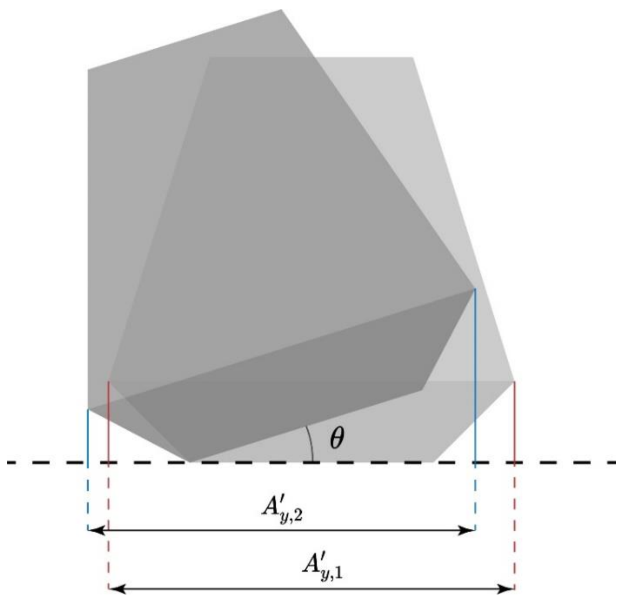
Als de returncapsule als gevolg van zulke effecten op een scheve positie wordt gezet ten opzicht van de grond zal niet al het vermogen van de propeller nuttig worden gebruikt. Dit kan leiden tot een te hoge eindsnelheid voor het ei om te overleven, wat wél moet gebeuren.



figuur 12: Verspilling van vermogen ten gevolge van een hoek.

Bovendien zal door deze zijwaartse component de capsule in de x richting bewegen wat ten nadele is van het wedstrijdelement waar de capsule zo accuraat mogelijk ten opzichte van de droppositie moet landen.

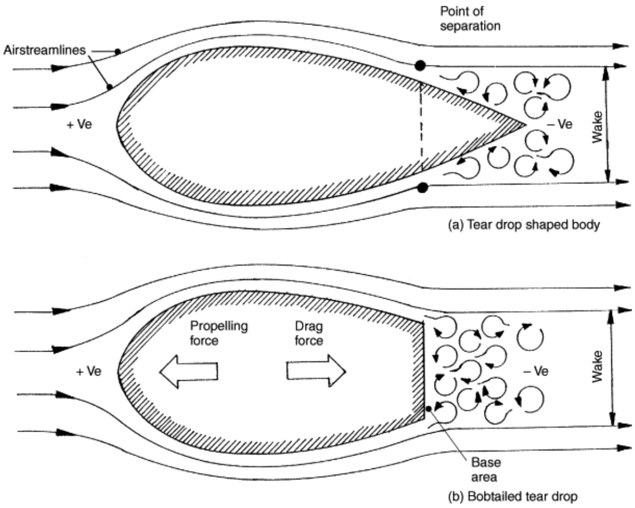
Hoe kunnen we het vorige ontwerp aanpassen zodat deze misschien uit zichzelf meer stabiliteit heeft? Een (kleine) onhandige eigenschap die de door ons gekozen vorm meebrengt is dat bij bepaalde hoeken de luchtweerstand wat minder snel toeneemt omdat het geprojecteerde contactoppervlak in de verticale bewegingsrichting (A'_y) verkleint terwijl de stroomlijning coëfficiënt vergroot.



figuur 13: De geprojecteerde contactoppervlakken in de verticale bewegingsrichting met en zonder een hoek $\boldsymbol{\theta}$, waarbij $\boldsymbol{A'_{y,1}} > \boldsymbol{A'_{y,2}}$.

Dit suggereert het idee dat we de capsule wat minder gestroomlijnd moeten maken zodat er netto meer luchtweerstand is en dus een lagere eindsnelheid (v_e) bereikt kan worden wat minder vermogen (P) van de propeller zal vragen tijdens het afremmen maar ook zodat er meer plek is voor de gyroscoop. (We komen later terug op waarom het zo belangrijk is dat de gyroscoop zo groot mogelijk is.)

Maar stel dat we de vorm minder gestroomlijnd maken, dan moeten we ook kijken welke problemen daaruit opdoen. Je ziet in het plaatje hieronder dat de lucht minder weerstand en turbulentie levert als een object gestroomlijnd is. Nu we de stroomlijning laten afnemen is nog meer van belang dat het voorwerp symmetrisch is.



figuur 14: Luchtwerveling achter een object en stroomlijning coëfficiënten bij verschillende vormen.

De verandering van de vorm zal ook invloed hebben op de weerstand coëfficiënt. Het is dus de vraag of een gyroscoop kan opdraaien voor dit verlies van stabiliteit met behulp van de extra grootte die de gyroscoop kan krijgen door de aanpassing, maar ook of de propellers dit extra gewicht van de extra grote gyroscoop en het grotere omhulsel kunnen laten afremmen. Er moet daarbij zeker een afweging worden gemaakt.

Uit experimenten van de vorige meesterproef kregen we de volgende resultaten bij het testen van de liftkracht van de propellers.

Vermogen (in %)	**Lift** (in kg)
50	0,2
75	0,5
100	0,8

tabel 1: Metingen bij de lift van de propeller.

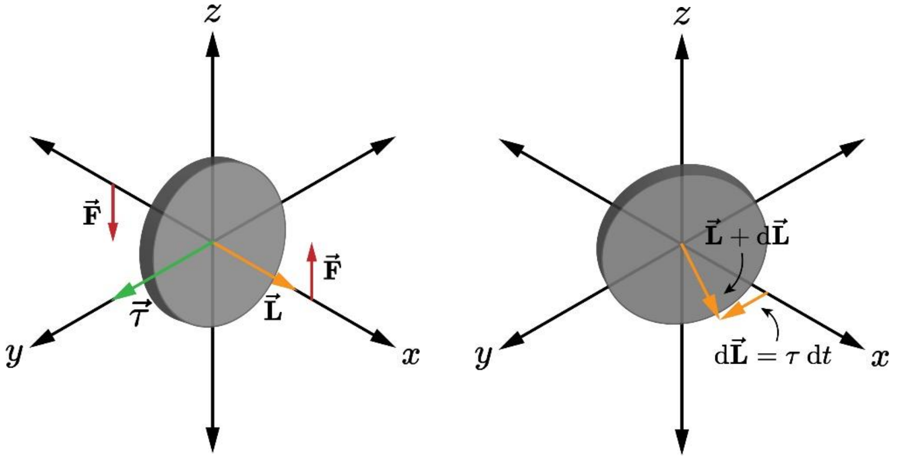
Het gewicht van de returncapsule zelf was bij het oude ontwerp 0,32 kg. Deze resultaten suggereerde dat er wel wat gewicht bij kon. Bij de testdroppingen kon je deze lift echter niet terugzien. Daar vertraagde de returncapsule wél genoeg om een ei te laten overleven. Dit betekent dat er factoren binnen dit experiment niet in acht zijn genomen. Er zal waarschijnlijk meer aandrijving en dus meer condensatoren nodig zijn waarmee de capsule nóg zwaarder wordt.

6. ONDERZOEK 3: WAT DE GYROSCOOP VOOR ONS GAAT DOEN.

In het vorige hoofdstuk is besproken hoe de returncapsule onstabiel kan worden door een moment: een kracht op een arm. We kunnen moeilijk de windstoten vermijden, of de arm verkleinen. Wat we wel kunnen doen, is het effect van het gecreëerde impulsmoment verkleinen.

6.1. Gebruik maken van vectoreigenschappen

Het impulsmoment is een vectoreenheid. Dit wil zeggen dat het impulsmoment een begripvolle richting en grootte heeft. Als er twee impulsmomenten met verschillende richtingen in werking zijn op hetzelfde object/punt kun je met de kop-staart methode de netto impulsmomentvector achterhalen. Zie het plaatje hieronder.

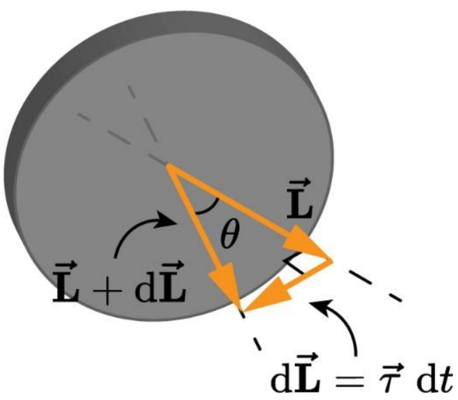


figuur 15: Verschuiving van het impulsmoment onder invloed van een (kracht)moment.

Hierboven is een schijf die roteert om de x-as en draait tegen de klok in. In dit figuur zijn de irrelevante vectoren en vectoren die mogelijk de illustratie verstoren weggelaten.

Je ziet dat wanneer er een kracht op een arm op de x-as wordt uitgevoerd er een moment ontstaat in de y-richting. Uit de eerdere experimenten is gebleken dat het impulsmoment alleen toeneemt in de richting van het moment. De impulsmomentvector zal dus van richting veranderen. Als je deze verandering $d\vec{L}$ op de kop van de vector $\vec{L}$ zet krijg je het netto impulsmoment $\vec{L} + d\vec{L}$. Omdat het impulsmoment wijst in de rotatie-as zal de hele schijf dus met de richting van het impulsmoment mee bewegen, zoals is gebeurd in het rechterplaatje.

Nu we dit weten kunnen we kijken hoe we deze afwijking zo begrensd mogelijk houden. We willen bij een extern geïnduceerd impulsmoment dus dat de afwijking θ zo klein mogelijk is. Als we inzoomen op het rechterplaatje in de bovenstaande figuur en een driehoek construeren kunnen we de afwijking van de vector ten opzichte van zijn originele positie definiëren.

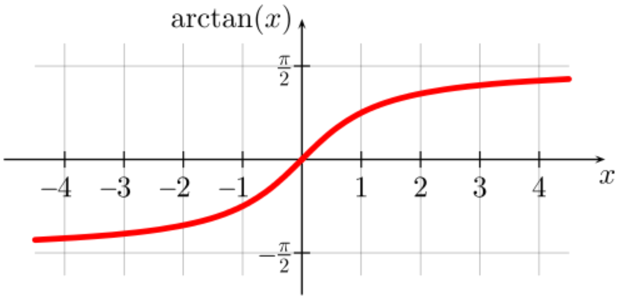


figuur 16: Inzoom op de afwijking van het impulsmoment na de werking van een moment.

In deze rechthoekige driehoek geldt voor de afwijking θ de volgende formule.

$$\theta = \arctan\left(\frac{\mathrm{d}L}{L}\right) \tag{25}$$

Als we kijken naar de grafiek van $\arctan(x)$ hieronder



figuur 17: Grafiek van $\boldsymbol{\arctan(x)}$

Zie je dat wanneer $\mathrm{d}L/L \to 0$ dan $\arctan(\mathrm{d}L/L) = \theta \to 0$ oftewel, als $\mathrm{d}L$ vergeleken met L verwaarloosbaar klein wordt, is de afwijking verwaarloosbaar klein.

We hebben in onze returncapsule dus een groot impulsmoment nodig die ervoor zorgt dat het impulsmoment ten gevolge van het moment van een extern verschijnsel verwaarloosbaar klein wordt.

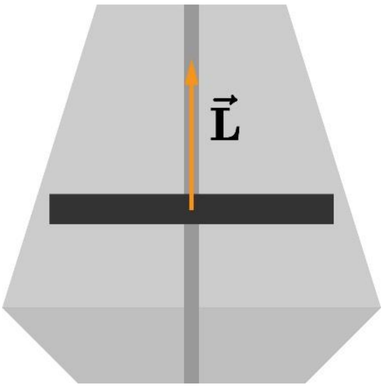
6.2. Impulsmoment in de capsule

Dat leidt tot de vraag: hoe krijgen we een groot impulsmoment in de capsule? We moeten een roterend object vast maken aan het omhulsel. Maar wat voor object dan? Het is handig dat we de formule van het impulsmoment herhalen.

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{26}$$

Het roterend object heeft een zo groot mogelijke I en ω nodig. De hoeksnelheid zal aangedreven moeten worden. In het ontwerp kunnen we echter al denken aan het massatraagheidsmoment.

Wij willen op de volgende manier een gyroscoop monteren in onze returncapsule: een roterende schijf verbonden met de boven en onderkant van de returncapsule.



figuur 18: De roterende schijf in de capsule.

Maar wat is het massatraagheidsmoment van een schijf?

6.3. Massatraagheidsmoment schijf

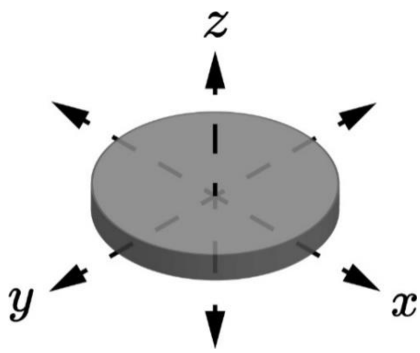
Voor het massatraagheidsmoment hebben we herleid dat voor puntmassa's geldt

$$I = mr^2 \tag{27}$$

Als we het geheel aan puntmassa's met massa dm willen beschouwen op een schijf moeten we integreren over het gehele lichaam.

$$I = \int_V r^2 \, \mathrm{d}m \tag{28}$$

Zoals al is verteld is r de loodrechte afstand tot de draai-as. Het maakt dus uit of de draai-as de x, y of z as is.



figuur 19: Draaiassen van een schijf.

Onze schijf zijn draai-as is de z-as, we kunnen nu dus het massatraagheidsmoment herleiden.

Als de draai-as de z-as is dan krijg je de volgende vergelijking.

$$I_z = \int r^2 \, \mathrm{d}m \tag{29}$$

Waarbij r de loodrechte afstand van de puntmassa tot de draai-as is. Als we ervan uit gaan dat de massa van de schijf uniform verdeeld is, is de dichtheid constant. We kunnen gebruik maken van deze eigenschap.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \\ &= \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} \\ \mathrm{d}m &= \frac{m}{V}\mathrm{d}V \end{aligned} \tag{30}$$

Invullen geeft

$$I_z = \frac{m}{V}\int r^2 \, \mathrm{d}V \tag{31}$$

Hierin is $\mathrm{d}V$ dus een héél klein volume van deze schijf. We kunnen dit zien als een ring met lengte $\mathrm{d}r$ en dikte d die de hele schijf ook heeft. Dan kan $\mathrm{d}V$ gedefinieerd worden als

$$\begin{aligned} \mathrm{d}V &= \lim_{\mathrm{d}r\to 0} \pi(r + \mathrm{d}r)^2 \cdot d - \pi R^2 d \\ &= \lim_{\mathrm{d}r\to 0} 2\pi r \cdot d \, \mathrm{d}r + \mathrm{d}r^2 \\ &= 2\pi r \cdot d \, \mathrm{d}r \end{aligned} \tag{32}$$

Invullen in de vorige integraal geeft

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{m}{V} \cdot 2\pi \cdot d \int r^3 \, \mathrm{d}r \\ &= \frac{2m}{R^2}\int r^3 \, \mathrm{d}r \end{aligned} \tag{33}$$

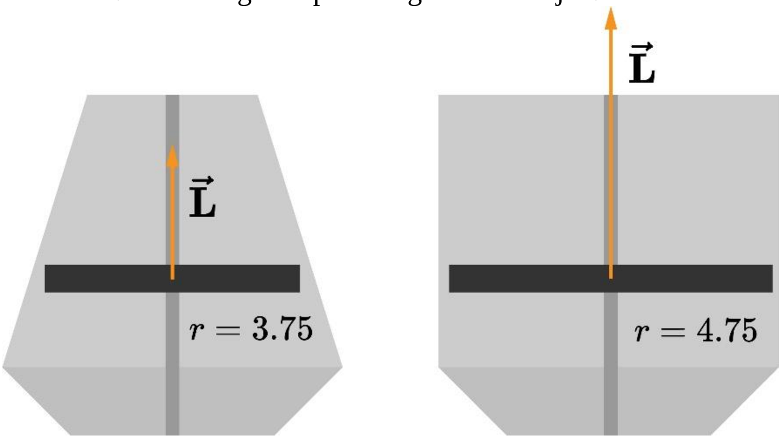
Waarbij R de straal van de schijf is. Nu kunnen de integraal invullen om te integreren over het lichaam.

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{2m}{R^2}\int_0^R r^3 \, \mathrm{d}r \\ &= \frac{2m}{R^2} \cdot \left[\frac{1}{4}r^4\right]_0^R \\ &= \frac{2m}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} \\ &= \frac{1}{2}mR^2 \end{aligned} \tag{34}$$

Nu hebben we het massatraagheidsmoment voor een schijf met zijn rotatie-as de z-as herleid. (We zullen voor de straal van de schijven nog steeds r hanteren.)

6.4. Effect vergroting capsule op het impulsmoment

Als we het voorstel van de vergroting van de capsule beschouwen samen met deze formule zie je dat er een significant verschil is. Zie het figuur op de volgende bladzijde.



figuur 20: De gyroscopen met hun respectievelijke vormen.

Er kan worden herleid hoe deze gyroscopen hun impulsmomenten verhouden.

$$\begin{aligned} L &= I_z\omega \\ &= \frac{1}{2}mr^2 \cdot \omega \\ &= \frac{1}{2}V\rho \cdot r^2 \cdot \omega \\ &= \frac{1}{2}\pi d\rho \cdot r^4 \cdot \omega \end{aligned} \tag{35}$$

Hierin is V het volume van de schijf, ρ de dichtheid van het materiaal van de schijf en d de dikte van de schijf. Je ziet nu dat $L \propto r^4$. Bij hetzelfde materiaal en dikte van de schijf en dezelfde hoeksnelheid geldt voor de verhouding

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1^4}{r_2^4} \tag{36}$$

Dit betekent dat bij het figuur hierboven de rechter capsule een $\approx 2{,}6$ keer zo groot impulsmoment heeft dan de linker capsule bij dezelfde hoeksnelheid.

Dit is handig want dit betekent dat onze gyroscoop niet perse zwaar hoeft te worden om een groot genoeg impulsmoment te hebben.

7. PROBLEMEN/VERVOLGONDERZOEKEN

Er blijven of ontstaan zelfs een aantal problemen die na toevoeging van deze gyroscoop niet zijn beantwoord.

7.1. Moeten er andere/meer spanningsbronnen komen voor de propeller en/of gyroscoop?

De aanbrenging van een gyroscoop betekent meer gewicht en, alhoewel de grootte van de gyroscoop meer uitmaakt, is het gewicht nog steeds van belang. Bovendien zal, als de capsule wordt vergroot, het omhulsel een grotere massa krijgen. Voor de maximale snelheid onder luchtweerstand geldt:

$$v_{\text{max}} = -\sqrt{\frac{mg}{k}} \tag{37}$$

Nu kunnen we de maximale snelheid verhouden bij de verschillende massa's van de capsules.

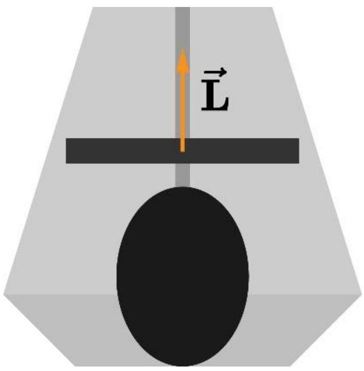
$$\frac{v_{\text{max},1}}{v_{\text{max},2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \tag{38}$$

We willen een zo klein mogelijke maximale snelheid zodat de propeller minder lift hoeft te produceren om deze snelheid tegen te gaan, hiervoor moet de massa dus zo klein mogelijk zijn. Gelukkig neemt de maximale snelheid niet supersnel toe, zoals je hierboven ziet, dus er is mogelijk ruimte voor extra massa.

7.2. Waar komt de gyroscoop?

We hebben dus het idee om een draaiende schijf te monteren in de returncapsule, maar bij de indeling van vorige capsule was er al weinig plek, en nu moet er ook een gyroscoop bij komen. Het is de vraag hoe dit dan gedaan moet worden. De vergroting van de returncapsule is dan wederom een mogelijke oplossing voor dit probleem, maar de capsule zal dan wéér zwaarder worden.

Een mogelijke oplossing is dat de gyroscoop gemonteerd wordt bovenop het ei. Hierdoor komt we wel extra spanning op het ei waardoor deze sneller kapot kan gaan. Bovendien kan het ei mogelijk de grootte van de gyroscoop hinderen als het oude omhulsel gebruikt wordt.



figuur 21: Verhinderde plaatsing gyroscoop door het ei.

Omdat eieren ongeveer 5/6 cm hoog zijn kan, als het ei verticaal wordt gemonteerd, de arm aan één van de kanten vergroten wat je hierboven ook ziet: de afstand van het midden van de schijf tot de uiteinden van de capsule verschillen. Hierdoor kan een windvlaag aan een van deze kanten meer effect hebben waar ook maar het effect van gezien moet worden.

Maar niet alleen het ei kan de plaatsing verhinderen. Er zaten in het oude ontwerp ook componenten en draden langs de zijkant van het omhulsel. Een oplossing is dan om éérst de schijf zo'n groot mogelijke radius te geven, want $L \propto r^4$ en indien nodig, de dikte aan te passen ($L \propto d$). Zo hoeft er maar een klein deel in beslag te worden genomen.

7.3. Hoe hard moet de gyroscoop gaan en/of hoe groot moet de gyroscoop worden?

Dit hangt voor het grootste deel af van de weersomstandigheden waarbij wordt gedropt, maar ook de massa, radius en plaatsing van de gyroscoop speelt een rol.

De grootte, zwaarte en plek van de gyroscoop zullen na ontwerp vast staan. Dan kan er alleen nog met de hoeksnelheid worden gevarieerd. Die moet dan aangepast worden op de weersomstandigheden waarin de capsule wordt gegooid.

7.4. Hoe wordt de gyroscoop aangedreven?

De gyroscoop zou aangedreven kunnen worden met een kleine motor. Daarvoor is dan wel weer meer energietoevoer nodig en dus waarschijnlijk meer condensatoren en-dus meer massa en mogelijk meer benodigd stuwvermogen of stuwvermogen verlies doordat de energie van dezelfde spanningsbron vandaan komt. Een wat minder realistischere oplossing is bijvoorbeeld een touwtje aandraaien vóór de val. Dit hangt echter af van de benodigde snelheid en de wrijvingskrachten binnen de capsule op de draaiende gyroscoop die dan ook beschouwt moeten worden.

7.5. Zijn er systemen die de wind/luchtweerstand kracht omzetten in nuttige energie voor de propeller en/of gyroscoop?

Tijdens de val begint de propeller door luchtweerstand te draaien. Deze draaiing zouden we met behulp van een dynamo kunnen omzetten tot elektrische energie en vervolgens opslaan in bijvoorbeeld een batterij. Deze energie zouden wij vervolgens kunnen gebruiken om de propeller te aandrijven. Het is dan de vraag of de massa van de batterij in vergelijking met de supercondensator voordeliger is, en of genoeg energie kan worden opgewekt.

Het is belangrijk om te realiseren dat dit systeem niet gebruikt kan worden voor de gyroscoop, omdat de returncapsule eerst een stuk moet vallen om genoeg energie op te wekken. De returncapsule zou dan waarschijnlijk daarvoor al instabiel zijn geworden.

8. Aanbeveling

Afwachtend op laatste experiment die niet uitgevoerd kon worden. (het omhulsel van de oude returncapsule met binnenin een gyroscoop en op het omhulsel een extra flap aan één kant zodat de capsule wilt draaien.

9. Reflectie

9.1. Groepsproces

9.2. Individueel

9.2.1. Rigel

9.2.2. Diego

10. BIJLAGEN

10.1. Bronnenlijst